RECHERCHES

SUR LES TÉLESCOPES A' RÉFLEXION ET LES MOYENS DE LES PERFECTIONNER. (*)

PAR M. L. EULER.

1.

Quelque grands que ſoient les avantages que ces Téleſcopes ont procurés à l'Aſtronomie & pour les autres beſoins de la vie, on a pourtant raiſon de ſe plaindre du trop petit champ qu'ils découvrent; ce qui rend auſſi leur uſage fort pénible, en nous obligeant de les tenir ſi fixes, qu'il eſt impoſſible de s'en ſervir ſur la mer, où des lunettes ordinaires peuvent ſouvent être employées avec ſuccès, pourvu qu'elles ne ſoient pas trop longues. On s'imagine communément, que ce petit champ eſt une ſuite néceſſaire de l'uſage des miroirs, & le préjugé eſt preſque général, qu'il eſt impoſſible de remédier à ce défaut. Il faut bien que les Anglois, qui ont d'ailleurs parfaitement bien réuſſi dans la conſtruction de ces Téleſcopes, ſoient dans ce ſentiment, puiſqu'il ne paroit pas qu'ils ayent travaillé à les délivrer de ce grand inconvénient.

2. Or, nonobſtant cette grande autorité, je ſuis perſuadé que l'uſage des miroirs n'eſt pas néceſſairement aſſujetti à ce défaut, mais que c'eſt uniquement à l'arrangement peu avantageux des verres oculaires avec les miroirs, qu'il faut attribuer la cauſe du petit champ apparent; & ſi l'on vouloit s'arrêter à un ſemblable arrangement dans les lunettes, on tomberoit dans le même défaut. On trouve dans tous les téleſcopes preſque la même diſpoſition des verres oculaires, & on n'en

(*) Lu le 25 Février 1762.

n'en découvre aucune autre raiſon, ſi ce n'eſt que les objets ſont par ce moyen repréſentés ſans les couleurs d'iris. Mais il y a une infinité d'autres arrangemens qui produiſent le même effet, parmi leſquels il y en aura ſans doute qui découvrent un plus grand champ; & j'oſe même aſſurer, qu'il ſeroit poſſible de pouſſer l'augmentation du champ auſſi loin qu'on voudra, tout comme j'en ai fait voir la poſſibilité dans les lunettes.

3. D'ailleurs il eſt clair, au premier coup d'œil, que la diſpoſition des oculaires dans les meilleurs téleſcopes d'Angleterre eſt fort peu propre à fournir un champ raiſonnable. On n'a qu'à examiner le dernier oculaire, qui eſt pour la plupart un ménifque tournant ſa face concave vers l'œil: je ne ſaurois deviner, quel préjugé a pu conduire à cette figure, qui eſt certainement la moins propre à tous égards, & principalement par rapport au champ apparent, qui demande ſans aucun doute des oculaires également convexes des deux côtés, afin qu'ils ſoient ſuſceptibles de la plus grande ouverture, d'où le champ apparent dépend principalement. Dans les verres oculaires, il ne s'agit plus de remédier à la confuſion, mais auſſi à cet égard un ménifque ſeroit fort peu propre.

4. Comme il eſt impoſſible que l'expérience ait décidé pour l'uſage d'un ménifque au lieu de l'oculaire, à moins qu'un hazard n'en ſoit la cauſe, je crois plutôt que quelques raiſonnemens illuſoires ont donné naiſſance à ce préjugé: ce qui eſt d'autant plus vraiſemblable, que les véritables principes de la Dioptrique, ſur leſquels la conſtruction de ces ſortes d'inſtrumens devroit être fondée, ne ſont pas encore ſuffiſamment développés, & qu'on s'eſt ſouvent laiſſé ſéduire par des raiſonnemens tout à fait équivoques. Si je puis me flatter d'avoir établi la vraie Théorie, d'où la perfection de tous les téleſcopes & microſcopes doit être puiſée; je me propoſe d'entreprendre ici les mêmes recherches pour la perfection des Téleſcopes à réflexion, que j'ai déjà expoſées à l'égard des Lunettes & des Microſcopes.

5. Or

5. Or je remarque d'abord que la conſtruction des téleſcopes à réflexion eſt fondée ſur les mêmes principes que celle des lunettes ordinaires, & qu'on y peut appliquer les mêmes formules générales que j'ai données dans le XIII Volume de nos Mémoires pour perfectionner les Lunettes & les Microſcopes, pourvu qu'on ait égard à quelques circonſtances, que la nature des miroirs & leur diſpoſition exige. Les miroirs concaves répondent aux verres convexes, & leurs diſtances de foyer, qui ſont égales à la moitié de leurs rayons de courbure, entrent de la même maniere dans le calcul que celles des verres: & pour les miroirs convexes, ils font le même ſervice que les verres concaves, & leur diſtance de foyer doit être conſidérée comme négative. La ſeule différence à laquelle il faut réfléchir dans l'application de mes regles, eſt que les miroirs n'ont aucune part à l'engendrement des couleurs d'iris.

7. Je commencerai donc par examiner en général la diſpoſition des miroirs & des verres dont on ſe ſert ordinairement, pour voir à quel point il eſt poſſible d'augmenter le champ apparent; & enſuite je chercherai d'autres arrangemens, qui peuvent fournir encore un plus grand champ. Or la diſpoſition ordinaire convient avec celle des lunettes à quatre verres, qui repréſentent les objets debout: & comme ces lunettes découvrent un aſſez grand champ, lorſque les verres ſont bien arrangés, il ſemble que les téleſcopes devroient produire le même effet. Mais la circonſtance des miroirs exige néceſſairement une certaine limitation dans l'arrangement des verres, qui n'eſt pas favorable au champ; & une lunette à quatre verres, dont l'arrangement ſeroit ſemblable à celui qui a lieu dans les téleſcopes, n'en découvriroit pas un plus grand. Il eſt donc bien important de conſidérer ſoigneuſement cette limitation que l'uſage des miroirs exige dans la diſpoſition des verres.

7. Or, dans les téleſcopes, au lieu de l'objectif, on ſe ſert d'un miroir concave P A P, dont la diſtance de foyer ſoit $= p$, qui eſt égale à la moitié du rayon du baſſin convexe ſur lequel il eſt formé: Planche VI. Fig. 1.

ce miroir eſt au milieu percé d'un trou *o o*, qui ne doit pas être trop grand, afin que la ſurface polie réfléchiſſe aſſez de rayons pour repréſenter en *a* l'image *ap*, la diſtance A*a* étant $= p$. Mais, au delà de cette image en B, on diſpoſe encore un miroir concave QBQ, dont la diſtance de foyer ſoit $= q$, & partant le rayon de ſa courbure $= 2q$; la diſtance *a*B eſt ordinairement un peu plus grande que *q*, de ſorte que ce miroir tranſporte l'image *ap* par le trou du grand miroir quelque part en *bq*. Or, derriere le trou en C, eſt un verre convexe RCR, dont la diſtance de foyer ſoit $= r$, qui rapproche l'image *bq* en *cr*: & enfin, au delà ſe trouve l'oculaire SDS, dont la diſtance de foyer ſoit $= s$, qui eſt à peu près égale à la diſtance *c*D, & derriere ce verre le point O marque le lieu de l'œil.

Fig. 2. 8. Maintenant la ſeconde figure repréſente une lunette à quatre verres, qui répond parfaitement à ce téleſcope; où premierement, au lieu des miroirs, on a les verres convexes PP & QQ également éloignés par l'intervalle AB, dont les diſtances de foyer ſont auſſi *p* & *q*. Les autres verres RR & SS ſont auſſi les mêmes que ceux du téleſcope, & diſpoſés par les mêmes intervalles BC & CD. Suppoſons outre cela que les ouvertures des verres & miroirs ſoient auſſi les mêmes de part & d'autre; & puiſque les images *ap*, *bq* & *cr*, dont la premiere eſt renverſée & les autres debout, ſont également ſituées, non ſeulement le groſſiſſement ſera le même de part & d'autre, mais auſſi le lieu de l'œil O ſera également éloigné du dernier oculaire SS, & la lunette découvrira le même champ que le téleſcope. Ce n'eſt qu'à l'égard de ces trois articles que la lunette produit le même effet que le téleſcope; mais ils conſtituent preſque auſſi l'eſſence de la conſtruction.

9. Conſidérons donc auſſi la différence qui regne entre ces deux inſtrumens; & d'abord il eſt évident, que le téleſcope eſt conſidérablement plus court que la lunette, & cela de la diſtance AB, de ſorte que dans les grands inſtrumens la longueur du téleſcope ſe trouve preſque réduite à la moitié. Enſuite, quoique la grandeur des miroirs

roirs ſoit auſſi grande que l'ouverture des verres qui leur répondent, le téleſcope fournira beaucoup moins de clarté; puiſque d'un côté les miroirs ne réfléchiſſent pas tant de lumiere, que les verres n'en tranſmettent, & que de l'autre côté la lumiere eſt diminuée par le trou dans le grand miroir, auſſi bien que par l'interception des rayons cauſée par le petit miroir; & c'eſt la raiſon pourquoi les téleſcopes ne fourniſſent jamais tant de clarté que les lunettes, à moins qu'on ne veuille renoncer au groſſiſſement.

10. Mais il n'y a aucun doute que le téleſcope n'ait un très grand avantage ſur la lunette, parce que les miroirs ne ſont pas aſſujettis à la différente réfrangibilité des rayons: & c'eſt à cet égard qu'ils ſont très préférables aux lunettes ordinaires. Cependant, pour ce qui regarde les couleurs d'iris, dont les objets paroiſſent environnés, elles ne manquent pas d'être cauſées par les verres oculaires; & l'objectif, quoiqu'il ſoit de verre, n'y a aucune part. Pour délivrer la repréſentation des objets de ces couleurs d'iris, les verres oculaires doivent être arrangés d'une certaine maniere, que j'ai enſeignée dans ma Théorie inſérée au XIII Volume de nos Mémoires: & il faut prendre à cet égard la même précaution dans la conſtruction des Téleſcopes, que des Lunettes, avec cette différence, que dans le téleſcope il n'y a que les deux verres RR & SS qui engendrent les couleurs d'iris, pendant que dans la lunette le ſecond verre QQ y concourt auſſi. Et partant, ſi l'on veut appliquer mes regles aux téleſcopes, il faut conſidérer le ſecond verre QQ, comme ne contribuant rien à la production des couleurs d'iris.

11. Comme tout téleſcope peut être transformé dans une lunette de la maniere que je viens d'expliquer, ſi l'on pouvoit réciproquement transformer une lunette donnée dans un téleſcope, on lui procureroit auſſi le même champ apparent que la lunette découvre, & on n'auroit aucune raiſon de ſe plaindre d'un champ trop étroit. Mais il eſt très évident que cette derniere transformation ne ſauroit avoir lieu, à moins que la diſtance B C entre le ſecond & le troiſieme verre ne ſoit,

ou égale à la diſtance AB, ou plus grande, puiſque dans le téleſcope aucun verre ne ſauroit être placé entre entre les points A & B. Enſuite, l'ouverture du ſecond verre QQ, qui répond au petit miroir QQ, doit être très petite, pour ne pas intercepter trop de rayons: & enfin, l'ouverture du troiſieme verre RR ne ſauroit être plus grande que le trou dont le grand miroir eſt percé, qu'il eſt bon de faire auſſi petit qu'il eſt poſſible.

12. Il ſemble qu'on pourroit remédier à cet inconvénient, en donnant au miroir une plus grande étendue, pour qu'une aſſez grande quantité de lumiere en puiſſe être réfléchie, quoiqu'on y faſſe un trou très conſidérable; & alors on ne ſeroit plus aſtreint, ni à faire le ſecond miroir QQ ſi petit, ni à donner au verre RR une trop petite ouverture. Mais il n'y a aucun doute que l'expérience n'ait fait abandonner cet expédient, qui n'eſt pas certainement échappé à l'attention de ceux qui ont travaillé ſur cette matiere; & on s'eſt auſſi convaincu par la Théorie, que vers le centre d'un miroir la réflexion eſt beaucoup plus réguliere pour former une image diſtincte, que vers les bords; de ſorte qu'une figure annulaire ne produit jamais un auſſi bon effet qu'une circulaire de la même aire. Par cette raiſon, je ſuivrai dans ces recherches la même regle, de percer le grand miroir d'un très petit trou, & de ne faire le petit miroir que tant ſoit peu plus grand, comme cela ſe pratique dans tous les téleſcopes d'Angleterre.

13. Voilà donc bien des limitations pour la lunette, que je ſubſtitue ici à la place du téleſcope. D'abord la diſtance BC ne ſauroit être plus petite que AB, & enſuite l'ouverture des verres QQ & RR doit être très petite. Si nous conſultons la pratique des meilleurs Artiſtes Anglois, le diametre du trou *oo* n'eſt qu'un quart du diametre du miroir PP; & dans les grands inſtrumens il en eſt une partie encore plus petite, comme $\frac{1}{5}$, ou même $\frac{1}{6}$: mais toujours le diametre du petit miroir QQ eſt un peu plus grand en raiſon de 2 : 3 ou de 3 : 4. Or, en obſervant ces limitations dans la conſtruction de la lunette, on comprend aiſément, qu'elle ne ſauroit plus découvrir un ſi grand champ,

champ, que ſi nous avions la pleine liberté d'arranger les verres à notre gré. C'eſt auſſi la raiſon pourquoi les téleſcopes découvrent un ſi petit champ, qui eſt principalement borné par la trop petite ouverture du verre RR; ce qu'il ſera bon de prouver par l'exemple d'un tel téleſcope, qui eſt d'ailleurs très excellent.

14. Ayant examiné ce téleſcope, j'ai trouvé les meſures ſuivantes en pouces.

Diſt. de foyer $p = 18$; $q = 3$; $r = 4$; $s = 1\frac{1}{3}$.

Ouvertures AP $= 1\frac{5}{8}$; BQ $= \frac{1}{2}$; CR $= \frac{1}{3}$; DS $= \frac{1}{4}$.

Diſtances AB $= 21\frac{2}{3}$; BC $= 21\frac{1}{2}$; CD $= 3$; environ.

De là cherchons d'abord les images pour juger par-là du groſſiſſement, & poſant le demi-diametre du champ apparent $= \Phi$, nous trouverons:

Diſtances $Aa = 18$; $Ba = 3\frac{2}{3}$; $Bb = 25\frac{1}{2}$; $Cb = 4$; $Cc = 2$;

Images $ap = 18\Phi$; $bq = 155\Phi$; $cr = 67\frac{1}{2}\Phi$.

Donc, puiſque la diſtance cD eſt $1\frac{1}{3}$, cette image ſera vue ſous un angle $= 50\Phi$, & partant 50 fois plus grande que l'objet même, de ſorte que le groſſiſſement peut être eſtimé $m = 50$; ce qui ſemble aſſez bien d'accord avec l'expérience, quoique le plus léger changement dans le lieu du petit miroir, en changeant enſuite convenablement la diſtance CD, puiſſe très conſidérablement varier le groſſiſſement.

15. Pour juger maintenant du champ apparent même, conſidérons dans la lunette la route d'un rayon qui, venant de l'extrémité viſible de l'objet, paſſe par le centre de l'objectif A, puiſque l'ouverture de l'objectif ne contribue rien au champ. Ce rayon donc paſſera par le point Q du ſecond verre, de ſorte que $BQ = 21\frac{2}{3}\Phi$, où il ſera rompu, & paſſera l'axe en M, de ſorte que $BM = 3\frac{1}{2}$ & $CM = 18$; donc $CR = 110\Phi$. Or en R ſe fait une nouvelle réfraction, qui dirige le rayon en N, en ſorte que $CN = 5\frac{1}{7}$ & $DN = 2\frac{1}{7}$, donc $DS = 46\Phi$. Enfin en S le rayon eſt rompu pour aller en O, Fig. 3

de ſorte que $DO = \frac{69}{73}$, & en O eſt le lieu de l'œil. A préſent il ne reſte qu'à comparer ces valeurs BQ, CR, & DS, avec les réelles, & la moindre valeur qui en réſulte pour Φ donnera le demi-diametre du champ apparent.

16. Le ſecond verre, ou le petit miroir QQ, donne $21\frac{2}{5}\Phi = \frac{1}{2}$, & partant $\Phi = \frac{5}{214}$, ou bien $\Phi = \frac{1}{43}$: de la même maniere le verre RR donnne $110\Phi = \frac{1}{3}$; donc $\Phi = \frac{1}{330}$: & enfin l'oculaire SS donne $46\Phi = \frac{1}{4}$; donc $\Phi = \frac{1}{184}$. C'eſt donc le verre RR qui borne le champ apparent, & ſi les circonſtances permettoient de donner au verre RR une plus grande ouverture, le champ apparent en recevroit une augmentation proportionelle. Mais il ſeroit bien inutile de vouloir donner dans cette vue à l'oculaire SS une plus grande ouverture, puiſque maintenant ce n'eſt qu'environ la moitié qui y concourt, & le reſte eſt tout à fait ſuperflu. On en pourroit reſſerrer l'ouverture preſque juſqu'à la moitié, ſans diminuer le champ; & partant il eſt fort indifférent, quelle figure on donne à ce verre; mais je ne ſaurois croire, que celle d'un ménifque ait la moindre préférence. Je regarde plutôt comme un grand défaut de cet arrangement des verres, que l'ouverture de l'oculaire SS n'entre point dans la détermination du champ, qui par un autre arrangement pourroit être porté preſqu'au double.

17. Comparons maintenant ce champ apparent, dont le demi-diametre eſt $\Phi = \frac{1}{330}$, avec celui que les lunettes ordinaires découvrent pour le même groſſiſſement $m = 50$. Or celles qui ſont compoſées de deux verres convexes, en donnant à l'oculaire une ouverture dont le diametre eſt égal à la moitié de ſa diſtance de foyer, donnent pour ce groſſiſſement $\Phi = \frac{1}{2075}$; & une bonne lunette à quatre verres peut bien donner le double $\Phi = \frac{1}{1037}$, de ſorte que le diametre du champ ſeroit trois fois plus grand que dans le téleſcope, & partant le champ même 9 fois plus grand. Par là il eſt clair qu'on a bien raiſon de ſe plaindre, que ces téleſcopes découvrent un trop petit champ; & j'en ai trouvé auſſi des devis, qui donnent encore un moindre champ.

18.

18. Rien ne ſeroit plus aiſé que de procurer à ce téleſcope un plus grand champ, & de le porter même au double; on n'auroit qu'à faire le trou du grand miroir deux fois plus grand, & augmenter également l'ouverture du verre RR. Il eſt vrai qu'on perdroit quelque choſe ſur la clarté; mais ce qu'on gagneroit dans le champ ne ſeroit pas à mépriſer; d'ailleurs, une petite augmentation dans la grandeur des miroirs pourroit réparer ce défaut. Mais je ne diſconviens pas, que ce remede ne puiſſe être ſujet à d'autres inconvéniens; & partant, ſans augmenter le trou du miroir, ne ſeroit-il pas poſſible de trouver une autre diſpoſition dans les verres, tant à l'égard de leurs diſtances de foyer, que de leurs diſtances entr'eux, qui produiſît un plus grand champ? On n'en ſauroit douter, & quelques eſſais nous découvriroient bien d'autres diſpoſitions. Mais on ne manqueroit pas de tomber dans un autre inconvénient, celui des couleurs d'iris; & c'eſt peut-être la raiſon pourquoi l'on n'oſe preſque rien changer dans l'arrangement une fois établi. Voici donc mes recherches, où je tiens compte de toutes les conditions qu'on doit remplir dans la conſtruction de ces téleſcopes.

19. Après avoir nommé les diſtances de foyer de nos quatre verres p, q, r, s, ſoient les demi-diametres de leurs ouvertures:

$$\text{AP} = x; \quad \text{BQ} = \pi q; \quad \text{CR } \pi' r \quad \& \quad \text{DS} = \pi'' s,$$

& enſuite les nombres expoſans pour les lieux des images:

$$\text{B} = \frac{b}{1-b}; \quad \text{C} = \frac{-c}{1+c}; \quad \text{D} = \omega, \quad \& \text{ de là}$$

$$\mathfrak{B} = b; \qquad \mathfrak{C} = -c \quad \& \quad \mathfrak{D} = 1.$$

Cela poſé, que m ſignifie le groſſiſſement, & Φ le demi-diametre du champ apparent, & on aura $\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m-1}$. Que ω ſoit la plus grande valeur que les fractions π, π', π'' puiſſent recevoir, & poſons $\pi = \varepsilon\omega$; $\pi' = \gamma\omega$ & $\pi'' = -\omega$, où l'on peut prendre $\frac{1}{4}$ pour

pour ω, ſi le verre eſt également convexe des deux côtés; or ε & γ ſont des fractions plus petites que 1. Alors, poſant pour abréger $M = \frac{1 + \gamma - \varepsilon}{m - 1}$, nous aurons $\Phi = M\omega$, où il eſt clair que, pour augmenter le champ apparent, il ſeroit bon de prendre $\gamma = 1$, & de diminuer ε autant qu'il eſt poſſible. Mais, puiſque nous ſommes gênés par les circonſtances expoſées ci-deſſus, nous ſommes obligés de prendre $\gamma < 1$; mais l'oculaire SS influera toujours par toute ſon ouverture ſur le champ apparent, d'où il doit être fait également convexe des deux côtés.

20. En faiſant maintenant l'application de mes regles générales, on trouve les déterminations ſuivantes pour la conſtruction de ces lunettes.

$$q = \frac{bM}{\varepsilon b - M}p \qquad AP = x \qquad AB = \frac{\varepsilon b}{\varepsilon b - M}p,$$

$$BQ = \frac{M}{\varepsilon b - M}x + \varepsilon\omega q \qquad BC = \frac{b}{1-b}\cdot\frac{M(\varepsilon(1-b)+\gamma c)}{(\varepsilon b - M)(\gamma c + \varepsilon - M)}p,$$

$$r = \frac{bc}{1-b}\cdot\frac{M}{\gamma c + \varepsilon - M}p \qquad CR = \gamma\omega r \qquad CD = \frac{bc}{(1+b)(1+c)}\cdot\frac{M(1+\gamma(1+c))}{(\gamma c + \varepsilon - M)(1-\varepsilon+\gamma+M)}p,$$

$$s = \frac{bc}{(1-b)(1+c)}\cdot\frac{M}{1-\varepsilon+\gamma+M}p \qquad DS = \omega s \qquad \& \; DO = \frac{s}{Mm}.$$

Mais, pour détruire les couleurs d'iris, puiſque le ſecond verre QQ, comme tenant lieu d'un miroir, ne doit pas entrer en compte, nous aurons cette équation à remplir:

$$\frac{\gamma}{\gamma c + \varepsilon - M} = \frac{1}{1-\varepsilon+\gamma+M},$$ doù nous tirons $\gamma c + \varepsilon - M = \gamma(1-\varepsilon+\gamma+M)$.

Enſuite il faut obſerver que BC ne ſauroit être plus petit que AB, & que tant BQ que CR doivent être très petits.

21.

21. Posons, pour abréger, $\mathfrak{E} - \gamma - M = \nu M$, & partant $Mm = 1 - \nu M$; donc $M = \frac{1}{m+\nu}$ & $\Phi = \frac{\omega}{m+\nu}$. Soit de plus $\mathfrak{E} = M$, & partant $\gamma = (\mu - \nu)M$, de sorte que $\mu > \nu\,(\mu + 1)$; alors la destruction des couleurs d'iris donne $(\mu - \nu)\,c + \mu = (\mu - \nu)\,(1 - \nu M) = (\mu - \nu)\,\frac{m}{m+\nu}$; donc $c = \frac{m}{m+\nu} - \frac{\mu}{\mu-\nu}$, & $1 + c = \frac{m}{m+\nu} - \frac{\nu}{\mu-\nu}$; & de là

$$q = \frac{b}{(\mu+1)\,b-1}\,p \qquad \left|\begin{array}{l} AP = x \\ BQ = \frac{1}{(\mu+1)b-1}x + \frac{\mu+1}{m+\nu}\omega q \\ CR = \frac{\mu-\nu}{m+\nu}\omega r \\ DS = \omega s \end{array}\right| \qquad AB = \frac{(\mu+1)\,b}{(\mu+1)\,b-1}F,$$

$$r = \frac{bc}{1-b}\cdot\frac{m+\nu}{\mu-\nu}\cdot\frac{p}{m} \qquad BC = \frac{b}{1-b}\cdot\frac{(\mu+1)(1-b)+(\mu-\nu)c}{(\mu+1)\,b-1}\cdot\frac{(\mu+\nu)\,p}{m(\mu-\nu)},$$

$$s = \frac{bc}{(1-b)(1+c)}\cdot\frac{p}{m} \qquad CD = \frac{bc}{(1-b)(1+c)}\cdot\frac{m+\mu}{\mu-\nu}\cdot\frac{p}{m},$$

$$DO = \frac{m+\nu}{m}s;$$

où il est clair, puisque c doit être un nombre positif, qu'il faut prendre ν négativement, ce qui est fort avantageux, parce que le champ apparent en devient plus grand.

22. Rempliſſons maintenant la condition par laquelle l'intervalle BC ne ſauroit être plus petit que AB; & posons pour cet effet $BC = AB$, puiſque rien n'empêche qu'on ne mette le verre RR dans le trou même du miroir, ou qu'on n'en puiſſe conſidérer la diſtance comme nulle. Alors on aura

$$(\mu+1)(1-b)\,m\,(\mu-\nu) = (\mu+1)(1-b)(m+\nu) + (\mu-\nu)(m+\nu)\,c,$$

& partant $\frac{c}{1-b} = \frac{(\mu+1)\,((\mu-\nu-1)\,m-\nu)}{(\mu-\nu)\,(m+\nu)}$;

où, ſi nous ſubſtituons la valeur de $c = \frac{-\nu(m+\mu)}{(\mu-\nu)(m+\nu)}$, nous aurons $1-b = \frac{-\nu(m+\mu)}{(\mu+1)((\mu-\nu-1)m-\nu)}$, d'où nous tirons auſſi valeur de b.

23. Poſons donc $-n$ au lieu de ν, pour avoir $\Phi = \frac{\omega}{m-n}$, & nous aurons

$$c = \frac{n(m+\mu)}{(\mu+n)(m-n)}; \quad 1-b = \frac{n(m+\mu)}{(\mu+1)((\mu+n-1)m+n)}.$$

Soit enſuite, pour abréger,

$$(\mu+1)b-1 = \zeta = \frac{m(\mu-1)(\mu+n)}{(\mu+n-1)m+n}, \quad \&$$

$$\frac{c}{1-b} = \theta = \frac{(\mu+1)((\mu+n-1)m+n)}{(\mu+n)(m+n)},$$

& les déterminations pour la conſtruction du téleſcope ſeront

$q = \frac{b}{\zeta}p$ | AP $= x$ | AB $= \frac{(\mu+1)b}{\zeta}p$,

BQ $= \frac{x}{\zeta} + \frac{\mu+1}{m-n}\omega q$ | BC $= \frac{(\mu+1)b}{\zeta}p$,

$r = \frac{1}{4}b\theta \cdot \frac{m-n}{\mu+n} \cdot \frac{p}{m}$ | CR $= b\theta\omega \cdot \frac{p}{m}$ | CD $= \frac{b\theta}{1+c} \cdot \frac{m+\mu}{\mu+n} \cdot \frac{p}{m}$,

$s = \frac{b\theta}{1+c} \cdot \frac{p}{m}$ | DS $= \omega s$ | DO $= \frac{m-n}{m}s$;

où CR marquant le demi-diametre du trou, doit être une certaine partie comme $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$ de x, & alors la lettre ζ doit auſſi être ou 4 ou 5. Le demi-diametre du trou à l'œil doit être plus petit que

$$\frac{m\mu + 2mn - nn}{m(\mu + n)} s \text{ . ang. BCQ},$$

pour écarter les rayons étrangers. Or

$$\text{ang. BCQ} = \frac{\zeta}{1+\zeta} \cdot \frac{BQ}{p},$$

d'où la dite formule devient $= \frac{\mu - 1}{m}$. BQ.

24. Posant $n = o$, on aura pour le champ $\Phi = \frac{\omega}{m}$, ou bien prenant $\omega = \frac{1}{4}$ en minutes $\Phi = \frac{859}{m}$ minutes, qui est déjà plus grand que dans les lunettes astronomiques ordinaires. Or alors nous aurons $c = o$, $1 - b = o$, donc $b = 1$, &

$$\zeta = \mu \quad \& \quad \theta = \frac{\mu\mu - 1}{\mu}.$$

Par conséquent, prenant $\omega = \frac{1}{4}$, nous obtiendrons les déterminations suivantes:

$$q = \frac{p}{\mu}$$

$$r = \frac{\mu\mu - 1}{\mu\mu} p$$

$$s = \frac{\mu\mu - 1}{\mu} \cdot \frac{p}{m}$$

$AP = x$	$AB = \frac{\mu + 1}{\mu} p,$
$BQ = \frac{x}{\mu} + \frac{(\mu+1)p}{4m\mu}$	$BC = \frac{\mu + 1}{\mu} p,$
$CR = \frac{(\mu\mu - 1)p}{4m\mu}$	$CD = \frac{\mu\mu - 1}{\mu\mu} \cdot \frac{(m+\mu)}{\mu} p,$
$DS = \frac{s}{4}$	$DO = s.$

Il faut donc prendre $\mu = 4$, ou plus grand, & puisque l'ouverture du miroir doit être proportionelle au grossissement, supposons en général $x = \frac{m}{\eta}$ pouces, & soit $CR = \frac{x}{\mu}$; par conséquent $\frac{(\mu\mu-1)p}{4m\mu} = \frac{m}{\mu\eta}$; donc $p = \frac{4mm}{\eta(\mu\mu - 1)}$ pouces.

25. Donnons donc ces valeurs aux quantités x & y, & nos meſures ſeront exprimées en pouces de cette ſorte:

Diſt. de foyer,	Ouvertures,	Intervalles,
$p = \frac{4mm}{\eta(\mu\mu-1)}$	$AP = \frac{m}{\eta}$	$AB = \frac{4mm}{\eta\mu(\mu-1)}$,
$q = \frac{4mm}{\eta\mu(\mu\mu-1)}$	$BQ = \frac{m}{\eta(\mu-1)}$	$BC = \frac{4mm}{\eta\mu(\mu-1)}$,
$r = \frac{4mm}{\eta\mu\mu}$	$CR = \frac{m}{\eta\mu}$	$CD = \frac{4m(m+\mu)}{\eta\mu\mu}$,
$s = \frac{4m}{\eta\mu}$	$DS = \frac{m}{\eta\mu}$	$DO = \frac{4m}{\eta\mu}$;

où CR exprime en même tems le demi-diametre du trou dont il faut percer le grand miroir PP; & BQ devient un peu plus grand que CR.

Or le demi-diametre du champ apparent ſera $\Phi = \frac{859}{m}$ minutes.

26. Dans les lunettes on prend communément, ſelon la regle de Huygens, $\eta = 60$; mais, puiſqu'ici le miroir PP eſt percé d'un trou, & qu'il réfléchit moins de rayons qu'un verre n'en tranſmet, il faut bien prendre $\eta = 40$. Suppoſons donc $\mu = 4$, & nous aurons les meſures ſuivantes pour la conſtruction des Téleſcopes:

Diſt. de foyer,	Ouvertures,	Intervalles,
$p = \frac{mm}{150}$	$AP = \frac{m}{40}$	$AB = \frac{mm}{120}$,
$q = \frac{mm}{600}$	$BQ = \frac{m}{120}$	$BC = \frac{mm}{120}$,
$r = \frac{mm}{160}$	$CR = \frac{m}{160}$	$CD = \frac{m(m+4)}{160}$,
$s = \frac{m}{40}$	$DS = \frac{m}{160}$	$DO = \frac{m}{40}$.

Or,

Or, posant $\mu = 5$, on aura

Dist. de foyer,	Ouvertures,	Intervalles,
$p = \frac{mm}{240}$	$AP = \frac{m}{40}$	$AB = \frac{mm}{200}$,
$q = \frac{mm}{1200}$	$BQ = \frac{m}{160}$	$BC = \frac{mm}{200}$,
$r = \frac{mm}{250}$	$CR = \frac{m}{200}$	$CD = \frac{m(m+5)}{250}$,
$s = \frac{m}{50}$	$DS = \frac{m}{200}$	$DO = \frac{m}{50}$.

Posons aussi $\mu = 6$ pour avoir

Dist. de foyer,	Ouvertures,	Intervalles,
$p = \frac{mm}{350}$	$AP = \frac{m}{40}$	$AB = \frac{mm}{300}$,
$q = \frac{mm}{2100}$	$BQ = \frac{m}{200}$	$BC = \frac{mm}{300}$,
$r = \frac{mm}{360}$	$CR = \frac{m}{240}$	$CD = \frac{m(m+6)}{360}$,
$s = \frac{m}{60}$	$DS = \frac{m}{240}$	$DO = \frac{m}{60}$.

27. Or, pour rendre insensible la confusion causée par l'ouverture du miroir, il faut prendre à peu près $p = \frac{1}{\mathrm{T}\,\mathrm{O}} m \sqrt[3]{m}$ pouces; d'où l'on devroit prendre à peu près $\mu = \sqrt[3]{m}$; mais rien n'empêche de prendre μ plus petit; la confusion deviendra encore moins sensible. Donc la premiere forme aura lieu tant que $m > 64$, la seconde tant que $m > 125$, & la troisieme tant que $m > 216$. Donc, pour de moindres grossissemens, il faut encore ajouter cette forme $\mu = 3$:

Diſt. de foyer,	Ouvertures,	Intervalles,
$p = \frac{mm}{80}$	$AP = \frac{m}{40}$	$AB = \frac{mm}{60}$,
$q = \frac{mm}{240}$	$BQ = \frac{m}{80}$	$BC = \frac{mm}{60}$,
$r = \frac{mm}{90}$	$CR = \frac{m}{120}$	$CD = \frac{m(m+3)}{90}$,
$s = \frac{m}{30}$	$DS = \frac{m}{120}$	$DO = \frac{m}{30}$;

où le groſſiſſement doit être plus grand que 27. Mais, en général prenant $p = \frac{1}{10} m \sqrt[3]{m}$ pouces, & $x = \frac{m}{40}$ pouce, on détermine la valeur du nombre μ ainſi : $\mu\mu = 1 + \sqrt[3]{mm}$, ayant poſé $\eta = 40$; mais laiſſant le nombre η indéterminé, il faut prendre $\mu\mu = 1 + \frac{40\sqrt[3]{mm}}{\eta}$.

28. Commençons donc plutôt par la valeur de p, qui doit être $p = \frac{1}{10} m \sqrt[3]{m}$ pouces, & de là nous tirons $\eta = \frac{40\sqrt[3]{mm}}{\mu\mu - 1}$. Or cette valeur doit être tout au plus 40, & ſi elle eſt plus petite, on jouira d'une lumiere d'autant plus grande. Par cette raiſon, poſons $\eta < 40$, & nous aurons $\sqrt[3]{mm} < \mu\mu - 1$; donc $m < (\mu\mu - 1)\sqrt{(\mu\mu - 1)}$. Par conſéquent, prenant ſucceſſivement pour μ les nombres 3, 4, 5, 6, on n'aura qu'à obſerver les conditions ſuivantes :

ſi $\mu = 3$; $m < 23$; & $\eta = \frac{40\sqrt[3]{mm}}{8} = 5\sqrt[3]{mm}$,

ſi $\mu = 4$; $m < 58$; & $\eta = \frac{40\sqrt[3]{mm}}{15} = \frac{8}{3}\sqrt[3]{mm}$,

ſi μ

si $\mu = 5$; $m < 118$; & $\eta = \frac{40\sqrt[3]{mm}}{24} = \frac{5}{3}\sqrt[3]{mm}$,

si $\mu = 6$; $m < 207$; & $\eta = \frac{40\sqrt[3]{mm}}{35} = \frac{8}{7}\sqrt[3]{mm}$,

si $\mu = 7$; $m < 333$; & $\eta = \frac{40\sqrt[3]{mm}}{48} = \frac{5}{6}\sqrt[3]{mm}$,

si $\mu = 8$; $m < 500$; & $\eta = \frac{40\sqrt[3]{mm}}{63} = \frac{40}{63}\sqrt[3]{mm}$.

Mais, ayant trouvé ces valeurs, & pris p ou égal ou plus grand que $\frac{1}{10}m\sqrt[3]{m}$, les autres mesures seront:

$p = \frac{4mm}{\eta(\mu\mu-1)}$	AP $= \frac{m}{\eta} = x$	AB $= \frac{\mu+1}{\mu}p = p+q$.
$q = \frac{p}{m}$	BQ $= \frac{x}{\mu-1}$	BC $= \frac{\mu+1}{\mu}p = p+q$.
$r = \frac{\mu\mu-1}{\mu\mu}p$	CR $= \frac{x}{\mu} = \frac{1}{4}s$	CD $= r+s$.
$s = \frac{\mu}{m}r$	DS $= \frac{1}{4}s$	DO $= s$.

Or pour le champ apparent on a toujours $\Phi = \frac{859}{m}$ minutes.

29. Mais tenons-nous-en aux formules du §. 25, & prenons $\mu\mu = 1 + \sqrt[3]{mm}$, posant $\eta = 40$, afin que $p = \frac{1}{10}m\sqrt[3]{m}$, & nos mesures seront:

$p =$

$p = \frac{1}{10} m \sqrt[3]{m}$	$AP = \frac{m}{40}$	$AB = p + q,$
$q = \frac{p}{\mu}$	$BQ = \frac{m}{40(\mu-1)}$	$BC = p + q,$
$r = \frac{mm}{10\mu\mu}$	$CR = \frac{m}{40\mu}$	$CD = r + s,$
$s = \frac{m}{10\mu}$	$DS = \frac{m}{40\mu}$	$DO = s;$

d'où l'on voit que plus le groſſiſſement m eſt grand, plus auſſi ſera augmenté le nombre μ, de ſorte que le trou devient de plus en plus petit par rapport au miroir même. En voici quelques exemples.

I. Exemple $m = 10$, où $\mu = 2,3752$:

$p = 2,1544$	$AP = 0,2500$	$AB = 2,8749,$
$q = 0,7205$	$BQ = 0,1818$	$BC = 2,8749,$
$r = 1,7725$	$CR = 0,1053$	$CD = 2,1935,$
$s = 0,4210$	$DS = 0,1052$	$DO = 0,4210,$

& le demi-diametre du champ $\Phi = 86' = 1°,26'$.

II. Exemple $m = 20$, où $\mu = 2,8928$:

$p = 5,4288$	$AP = 0,5000$	$AB = 7,3059,$
$q = 1,8771$	$BQ = 0,2642$	$BC = 7,3059,$
$r = 4,7800$	$CR = 0,1729$	$CD = 5,4714,$
$s = 0,6914$	$DS = 0,1729$	$DO = 0,6914,$

& le demi-diametre du champ $\Phi = 43'$.

III. Exemple $m = 30$, où $\mu = 3,2642$:

$p = 9,3217$	$AP = 0,7500$	$AB = 12,1774,$
$q = 2,8557$	$BQ = 0,3313$	$BC = 12,1774,$
$r = 8,4468$	$CR = 0,2298$	$CD = 9,3659,$
$s = 0,9191$	$DS = 0,2298$	$DO = 0,9191,$

& le demi-diametre du champ $\Phi = 29'$.

IV.

IV. Exemple $m = 50$, où $\mu = 3{,}8173$:

$p = 18{,}4201$	AP $= 1{,}2500$	AB $= 23{,}2455$,
$q = 4{,}8254$	BQ $= 0{,}4437$	BC $= 23{,}2455$,
$r = 17{,}1561$	CR $= 0{,}3274$	CD $= 18{,}4659$,
$s = 1{,}3098$	DS $= 0{,}3274$	DO $= 1{,}3098$,

& le demi-diamètre du champ $\varphi = 17'$.

V. Exemple $m = 75$, où $\mu = 4{,}3341$:

$p = 31{,}6287$	AP $= 1{,}8750$	AB $= 38{,}9263$,
$q = 7{,}2976$	BQ $= 0{,}5624$	BC $= 38{,}9263$,
$r = 29{,}9449$	CR $= 0{,}4326$	CD $= 31{,}6754$,
$s = 1{,}7305$	DS $= 0{,}4326$	DO $= 1{,}7305$,

& le demi-diamètre du champ $\varphi = 11\frac{1}{2}'$.

VI. Exemple $m = 100$, où $\mu = 4{,}7481$:

$p = 46{,}4159$	AP $= 2{,}5000$	AB $= 56{,}1916$,
$q = 9{,}7757$	BQ $= 0{,}6670$	BC $= 56{,}1916$,
$r = 44{,}3571$	CR $= 0{,}5261$	CD $= 46{,}4615$,
$s = 2{,}1044$	DS $= 0{,}5261$	DO $= 2{,}1044$,

& le demi-diamètre du champ $\varphi = 8\frac{1}{2}'$.

30. Quoique le champ que cet arrangement découvre soit déjà assez considérable, voyons s'il n'est pas possible de le porter à un plus haut degré encore. Dans cette vue, posons dans les formules du §. 20, $\gamma = 1$, & soit $\mathfrak{G} = (\mu + 1)\,\mathrm{M}$, pour avoir $\mathrm{M}(m - 1) = 2 - (\mu + 1)\,\mathrm{M}$, donc $\mathrm{M} = \frac{2}{m + \mu}$; & $\varphi = \frac{1718}{m + \mu}$ minutes, prenant $\omega = \frac{1}{4}$. Or la destruction des couleurs d'iris donne $c + \mu\mathrm{M} = 2 - \mu\mathrm{M}$, ou $c = 2 - 2\mu\mathrm{M} = \frac{2\,(m - \mu)}{m + \mu}$. De là nous aurons:

$\mathcal{C}b - M = M((\mu+1)b-1)$; $\gamma c + \mathcal{C} - M = 2 - \mu M$; $1 - \mathcal{C} + \gamma + M = 2 - \mu M = mM$;

$\mathcal{C}(1-b) + \gamma c = M(m+1-(\mu+1)b)$; $1 + \gamma(1+c) = 2mM$,

& partant ces mesures pour la construction des téleſcopes :

$p = \frac{1}{10} m \sqrt[3]{m}$ pouces	$AP = x = \frac{m}{40}$ pouces	$AB = \frac{(\mu+1)b}{(\mu+1)b-1} p$
$q = \frac{b}{(\mu+1)b-1} \cdot p$	$BQ = \frac{x}{(\mu+1)b-1} + \frac{\mu+1}{2(\mu+\mu)} q$	$BC = \frac{b}{1-b} \cdot \frac{m+1-(\mu+1)b}{(\mu+1)b-1} \cdot \frac{p}{m}$,
$r = \frac{b}{1-b} \cdot \frac{2(m-\mu)}{m+\mu} \cdot \frac{p}{m}$	$CR = \frac{1}{4} r$	$CD = \frac{b}{1-b} \cdot \frac{4(m-\mu)}{3m-\mu} \cdot \frac{p}{m} = 2s$
$s = \frac{b}{1-b} \cdot \frac{2(m-\mu)}{3m-\mu} \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \frac{1}{4} s$	$DO = \frac{m+\mu}{2m} s$;

où il faut faire $BC = AB$, ce qui fournit $b = \frac{\mu m - 1}{(\mu+1)(m-1)}$, & $1 - b = \frac{m-\mu}{(\mu+1)(m-1)}$, & $(\mu+1)b - 1 = \frac{(\mu-1)m}{m-1}$; d'où réſultent les meſures ſuivantes :

$p = \frac{1}{10} m \sqrt[3]{m}$ pouces	$AP = x = \frac{m}{40}$ pouces	$AB = \frac{\mu m - 1}{(\mu-1)m} p$
$q = \frac{\mu m - 1}{\mu\mu - 1} \cdot \frac{p}{m}$	$BQ = \frac{m-1}{(\mu-1)m} x + \frac{m+1}{2(m+\mu)} q$	$BC = \frac{\mu m - 1}{(\mu-1)m} p$
$r = \frac{2(\mu m - 1)}{m+\mu} \cdot \frac{p}{m}$	$CR = \frac{1}{4} r$	$CD = 2s$
$s = \frac{2(\mu m - 1)}{3m-\mu} \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \frac{1}{4} s$	$DO = \frac{m+\mu}{2m} s$,

& le demi-diametre du champ $\Phi = \frac{1718}{m+\mu}$ minutes.

31. Mais ici, à moins que le groſſiſſement m ne ſoit très grand, on ne ſauroit ſatisfaire aux conditions preſcrites. Car, prenant pour μ un nombre petit, afin que CR ou le demi-diametre du trou devienne petit, le petit miroir devient trop grand, & intercepte une trop grande portion de lumiere: mais, ſi l'on augmente le nombre μ, il faut faire le trou trop grand, d'où la clarté ſouffre encore une perte conſidérable. Pour mieux éclaircir cela, conſidérons le cas où $m = 50$, & prenons $p = 18$, comme nous avons trouvé ci-deſſus, & nous aurons:

$p = 18$	$AP = 1,25 = \frac{5}{4}$	$AB = \frac{50\mu - 1}{50(\mu - 1)} \cdot 18$
$q = \frac{50\mu - 1}{\mu\mu - 1} \cdot \frac{18}{50}$	$BQ = \frac{49}{40(\mu+1)} + \frac{\mu+1}{2(50+\mu)} q$	$BC = \frac{50\mu - 1}{50(\mu - 1)} \cdot 18$
$r = \frac{2(50\mu - 1)}{50 + \mu} \cdot \frac{18}{50}$	$CR = \frac{50\mu - 1}{50 + \mu} \cdot \frac{9}{50}$	$CD = 2s$
$s = \frac{2(50\mu - 1)}{150 - \mu} \cdot \frac{18}{50}$	$DS = \frac{1}{4} s$	$DO = \frac{50 + \mu}{100} s.$

Maintenant poſons $\mu = 3\frac{1}{2}$, afin que CR devienne égal à peu près à la premiere partie de BQ, & nous trouverons les meſures ſuivantes:

$p = 18$ pouces	$AP = 1,25$	$AB = 25,056$
$q = 5,568$	$BQ = 0,724$	$BC = 25,056$
$r = 2,341$	$CR = 0,585$	$CD = 1,710$
$s = 0,855$	$DS = 0,214$	$DO = 0,457,$

& le demi-diametre du champ $\Phi = 32'$,

qui dans le premier cas n'étoit que de $17'$. Mais c'eſt ici un grand inconvénient, que le diametre du petit miroir ſurpaſſe la moitié de celui du grand, & que le diametre du trou lui eſt preſque égal.

32. Développons auſſi le cas où $m = 100$; il faudra prendre $\mu = 4$, pour remplir les conditions preſcrites. Or pour p je mettrai 45 pouces, d'où nous tirons les meſures ſuivantes:

$p = 45$ pouces	AP $= 2,500$	AB $= 59,850$
$q = 11,970$	BQ $= 1,113$	BC $= 59,850$
$r = 3,453$	CR $= 0,863$	CD $= 2,426$
$s = 1,213$	DS $= 0,303$	DO $= 0,630$,

& le demi-diametre du champ $\phi = 16\frac{1}{2}$ minutes.

Si nous comparons cet arrangement avec celui du premier cas, le demi-diametre du champ eſt preſque ici le double, mais le petit miroir eſt preſque deux fois plus grand ſelon le diametre, & le diametre du trou eſt au précédent comme 5 à 3. Or déjà auparavant le trou eſt plus grand qu'on ne le fait ordinairement. Cependant il ſemble que ce cas où $m = 100$ pourroit bien être exécuté dans la pratique, puiſque la grandeur du champ compenſeroit la diminution de la clarté, quand même il ne ſeroit pas poſſible de donner au grand miroir une plus grande ouverture, que la grandeur du trou ſemble pourtant bien admettre. Auſſi n'eſt-il pas abſolument néceſſaire, que le petit miroir ſoit auſſi grand qu'il eſt marqué ici; & il ſuffit que BQ ſurpaſſe un peu CR.

33. Pour remédier à cet inconvénient du trop grand trou dans les moindres groſſiſſemens, il faut rabattre quelque choſe du champ apparent, qui reſtera néanmoins plus grand que le premier cas, & par conſéquent beaucoup plus grand que dans les réleſcopes ordinaires. Il faut donc donner à γ une moindre valeur que 1, que je laiſſerai indéterminée, & poſant comme auparavant $\mathfrak{G} = (\mu + 1)M$, nous aurons $M = \frac{1 + \gamma}{m + \mu}$; & la deſtruction des couleurs d'iris fournit $c = \frac{(1 + \gamma)(\gamma m - \mu)}{\gamma (m + \mu)}$. Or l'égalité entre les intervalles AB & BC donne $1 - b = \frac{\gamma m - \mu}{(1 + \mu)(\gamma m - 1)}$, & $b = \frac{\gamma \mu m - 1}{(1 + \mu)(\gamma m - 1)}$.

De là nous tirons les meſures ſuivantes:

$p =$

$$p = \alpha n \sqrt[3]{m} \text{ pouces}$$

$$q = \frac{\gamma\mu m - 1}{\gamma(\mu\mu - 1)} \cdot \frac{p}{m}$$

$$r = \frac{(1+\gamma)(\gamma\mu m - 1)}{\gamma(m+\mu)} \cdot \frac{p}{\gamma m}$$

$$s = \frac{(1+\gamma)(\gamma\mu m - 1)}{\gamma(\gamma+2)m - \mu} \cdot \frac{p}{m}$$

$$\text{AP} = x = \tfrac{1}{4}\alpha m$$

$$\text{BQ} = \frac{\gamma m - 1}{(\mu - 1)\gamma m} x + \frac{(\mu+1)(1+\gamma)}{4(m+\mu)} q$$

$$\text{CR} = \frac{\gamma}{4} r$$

$$\text{DS} = \tfrac{1}{4} s$$

$$\text{AB} = \frac{\gamma\mu m - 1}{(\mu - 1)\gamma m} p$$

$$\text{BC} = \frac{\gamma\mu m - 1}{(\mu - 1)\gamma m} p$$

$$\text{CD} = \frac{1+\gamma}{\gamma} s$$

$$\text{DO} = \frac{m+\mu}{(1+\gamma)m} s$$

& le demi-diametre du champ $\Phi = \frac{3437(1+\gamma)}{4(m+\mu)}$ minutes;

où α eſt écrit pour $\frac{1}{100}$, afin que les formules ſoient plus générales, en cas qu'on veuille prendre $\text{AP} = x$ plus grand ou plus petit.

34. Avant que de faire l'application, je remarque que, dans la valeur de BQ, la derniere partie, qui eſt plus petite que la premiere, y eſt ajoutée, afin que le même degré de clarté regne par tout le champ apparent; & ſi on négligeoit cette partie, il n'en réſulteroit d'autre inconvénient, ſinon que les extrémités du champ paroitroient moins lumineuſes que le milieu. Donc, puiſque cet inconvénient eſt peuconſidérable, il ſuffit de donner à BQ une étendue tant ſoit peu plus grande que la premiere partie; mais à celle-ci il faut égaler le demi-diametre du trou CR, ce qui nous donne cette équation:

$$\frac{(1+\gamma)(\gamma\mu m - 1)}{(m+\mu)} \cdot \frac{\alpha\sqrt[3]{m}}{4\gamma} = \frac{\gamma m - 1}{\mu - 1} \cdot \frac{\alpha}{4\gamma},$$

ou bien $(1+\gamma)(\mu-1)(\gamma\mu m - 1)\sqrt[3]{m} = (m+\mu)(\gamma m - 1)$.

Maintenant on peut donner à μ une valeur, qu'on jugera convenable pour rendre le trou aſſez petit, & enſuite il faut chercher par cette équation la valeur de γ.

35. Il ſe préſente ici une ſolution particuliere fort commode en poſant $\gamma = \frac{1}{\mu}$, qui donne

$$(\mu\mu - 1)(m-1)\sqrt[3]{m} = mm - \mu\mu, \text{ \& parrant}$$

$$\mu\mu = \frac{mm + (m-1)\sqrt[3]{m}}{1 + (m-1)\sqrt[3]{m}},$$

d'où l'on tire à peu près $\mu = \sqrt[3]{m} + \frac{1}{2\sqrt[3]{m}}$;

où je remarque que la valeur de μ ne ſauroit être rendue beaucoup plus grande; car, poſant $\mu = \sqrt[3]{m} + 1$, la valeur de γ en réſulteroit négative. Par cette raiſon je m'arrête à cette ſolution particuliere, puiſqu'on ne ſauroit eſpérer d'augmenter μ beaucoup au delà; & dès que le groſſiſſement monte à 50 & au delà, le trou ne devient plus trop grand, & pourtant le champ apparent eſt encore très conſidérable. Cependant il n'eſt pas néceſſaire d'obſerver ſi ſoigneuſement ces valeurs de γ & μ, puiſqu'il ſuffit que les ouvertures BQ & CR deviennent aſſez petites.

36. Je conſidérerai donc le groſſiſſement $m = 50$, où je prends $p = 18$ pouces & $x = 1\frac{1}{4}$ pouce; mais, pour faire le petit miroir plus petit que ci-deſſus (§. 31), je poſerai $\mu = 4$, & j'aurai

$p = 18$ pouces	$AP = 1\frac{1}{4}$	$AB \atop BC \Big\} = \frac{3(200\gamma - 1)}{25\gamma}$
$q = \frac{3(200\gamma - 1)}{125\gamma}$	$BQ = \frac{50\gamma - 1}{120\gamma} + \frac{(1+\gamma)(200\gamma - 1)}{1800\gamma}$	
$r = \frac{(1+\gamma)(200\gamma - 1)}{150\gamma\gamma}$	$CR = \frac{(1+\gamma)(200\gamma - 1)}{600\gamma}$	$CD = \frac{1+\gamma}{\gamma}s$
$s = \frac{9(1+\gamma)(200\gamma - 1)}{1250\gamma(\gamma+2) - 100}$	$DS = \frac{1}{4}s$	$DO = \frac{27}{25(1+\gamma)}s$
		$\Phi = 16(1+\gamma)$ min.

Main-

Maintenant, puiſque $BQ = \frac{50\gamma - 1}{120\gamma} + \frac{1}{2}CR$, & $CR = \frac{(1+\gamma)(200\gamma-1)}{600\gamma}$, développons ces valeurs pour pluſieurs hypotheſes de γ.

Si	$\frac{50\gamma-1}{120\gamma}$	$\frac{(1+\gamma)(200\gamma-1)}{600\gamma}$
$\gamma = 1$	$\frac{49}{120} = 0,408$	$\frac{2.199}{600} = 0,663$
$\gamma = \frac{1}{2}$	$\frac{48}{120} = 0,400$	$\frac{3.198}{2.600} = 0,495$
$\gamma = \frac{1}{3}$	$\frac{47}{120} = 0,392$	$\frac{4.197}{3.600} = 0,438$
$\gamma = \frac{1}{4}$	$\frac{46}{120} = 0,383$	$\frac{5.196}{4.600} = 0,408$
$\gamma = \frac{1}{5}$	$\frac{45}{120} = 0,375$	$\frac{6}{5}\cdot\frac{195}{600} = 0,390$
$\gamma = \frac{1}{10}$	$\frac{40}{120} = 0,333$	$\frac{11}{10}\cdot\frac{190}{600} = 0,348$;

d'où l'on voit, qu'en diminuant γ, ces nombres vont en décroiſſant, mais auſſi le champ apparent en devient plus petit. Poſons donc $\gamma = \frac{1}{2}$, & nous aurons les déterminations ſuivantes:

$p = 18$ pouces	$AP = 1,250$	$AB = 23,760$
$q = 4,752$	$BQ = 0,565$	$BC = 23,760$
$r = 3,960$	$CR = 0,495$	$CD = 2,741$
$s = 0,901$	$DS = 0,225$	$DO = 0,720$,

& le demi-diametre du champ apparent $\varphi = 24'$,

où

où les valeurs de BQ & CR peuvent bien être admiſes dans la pratique. Mais conſidérons auſſi le cas $\gamma = \frac{1}{4}$, qui donne

$p = 18$ pouces	AP $= 1{,}250$	AB $= 23{,}520$
$q = 4{,}704$	BQ $= 0{,}519$	BC $= 23{,}520$
$r = 6{,}533$	CR $= 0{,}408$	CD $= 4{,}570$
$s = 0{,}914$	DS $= 0{,}229$	DO $= 0{,}790$,

& le demi-diametre du champ apparent $\Phi = 20'$.

37. Pour la pratique il ne reſte donc que d'expoſer ici les meſures trouvées pour quelques valeurs du nombre γ:

I. $\gamma = 1$; $\Phi = \frac{1718}{m+\mu}$ min:

$p = \alpha m \sqrt[3]{m}$	AP $= x = \frac{1}{4}\alpha m$	AB, BC $= \frac{\mu m - 1}{\mu - 1} \cdot \frac{p}{m}$
$q = \frac{\mu m - 1}{\mu\mu - 1} \cdot \frac{p}{m}$	BQ $= \frac{m-1}{\mu-1} \cdot \frac{x}{m} + \frac{\mu+1}{2(m+\mu)} q$	
$r = \frac{2(\mu m - 1)}{m+\mu} \cdot \frac{p}{m}$	CR $= \frac{1}{4} r$	CD $= 2s$
$s = \frac{2(\mu m - 1)}{3m - \mu} \cdot \frac{p}{m}$	DS $= \frac{1}{4} s$	DO $= \frac{m+\mu}{2m} s$

II. $\gamma = \frac{1}{2}$; $\Phi = \frac{1289}{m+\mu}$ min:

$p = \alpha m \sqrt[3]{m}$	AP $= x = \frac{1}{4}\alpha m$	AB, BC $= \frac{\mu m - 2}{\mu - 1} \cdot \frac{p}{m}$
$q = \frac{\mu m - 2}{\mu\mu - 1} \cdot \frac{p}{m}$	BQ $= \frac{m-2}{\mu-1} \cdot \frac{x}{m} + \frac{3(\mu+1)}{8(m+\mu)} q$	
$r = \frac{3(\mu m - 2)}{m+\mu} \cdot \frac{p}{m}$	CR $= \frac{1}{6} r$	CD $= 3s$
$s = \frac{3(\mu m - 2)}{5m - 4\mu} \cdot \frac{p}{m}$	DS $= \frac{1}{4} s$	DO $= \frac{2(m+\mu)}{3m} s$.

III. γ

III. $\gamma = \frac{1}{3}$; $\Phi = \frac{1146}{m+\mu}$ min:

$$p = \alpha m \sqrt[3]{m} \qquad \text{AP} = x = \tfrac{1}{4}\alpha m \qquad \left.\begin{matrix}\text{AB}\\ \text{BC}\end{matrix}\right\} = \frac{\mu m - 3}{\mu - 1} \cdot \frac{p}{m}$$

$$q = \frac{\mu m - 3}{\mu\mu - 1} \cdot \frac{p}{m} \qquad \text{BQ} = \frac{m-3}{\mu-1} \cdot \frac{x}{m} + \frac{\mu+1}{3(m+\mu)} q \qquad \text{CD} = 4s$$

$$r = \frac{4(\mu m - 3)}{m+\mu} \cdot \frac{p}{m} \qquad \text{CR} = \tfrac{1}{12} r \qquad \text{DO} = \frac{3(m+\mu)}{4m} s.$$

$$s = \frac{4(\mu m - 3)}{7m - 9\mu} \cdot \frac{p}{m} \qquad \text{DS} = \tfrac{1}{4} s$$

IV. $\gamma = \frac{1}{4}$; $\Phi = \frac{1074}{m+\mu}$ min:

$$p = \alpha m \sqrt[3]{m} \qquad \text{AP} = x = \tfrac{1}{4}\alpha m \qquad \left.\begin{matrix}\text{AB}\\ \text{BC}\end{matrix}\right\} = \frac{\mu m - 4}{\mu - 1} \cdot \frac{p}{m}$$

$$q = \frac{\mu m - 4}{\mu\mu - 1} \cdot \frac{p}{m} \qquad \text{BQ} = \frac{m-4}{\mu-1} \cdot \frac{x}{m} + \frac{5(\mu+1)}{16(m+\mu)} q \qquad \text{CD} = 5s$$

$$r = \frac{5(\mu m - 4)}{m+\mu} \cdot \frac{p}{m} \qquad \text{CR} = \tfrac{1}{16} r \qquad \text{DO} = \frac{4(m+\mu)}{5m} s.$$

$$s = \frac{5(\mu m - 4)}{9m - 16\mu} \cdot \frac{p}{m} \qquad \text{DS} = \tfrac{1}{4} s$$

38. De ces différens arrangemens on peut choisir, pour chaque cas proposé, celui qui conviendra le mieux avec les circonstances qu'on aura en vue. Pour en faire mieux voir l'application, choisissons le III cas, & supposons $\mu = 5$, pour avoir ces mesures:

$$p = a m \sqrt[3]{m} \qquad \left|\begin{array}{l} \mathrm{AP} = x = \frac{1}{4} a m \\ \mathrm{BQ} = \frac{m-3}{4m} x + \frac{2q}{m+5} \\ \mathrm{CR} = \frac{1}{12} r = \frac{8q}{m+5} \\ \mathrm{DS} = \frac{1}{4} s \end{array}\right| \qquad \left|\begin{array}{l} \mathrm{AB} \\ \mathrm{BC} \end{array}\right\} = \frac{5m-3}{4m} p = 6q$$

$$q = \frac{5m-3}{24m} p \qquad \mathrm{CD} = 4s$$

$$r = \frac{4(5m-3)}{(m+5)m} p \qquad \mathrm{DO} = \frac{3(m+5)}{4m} s,$$

$$s = \frac{4(5m-3)}{7m-45} \cdot \frac{p}{m}$$

& le demi-diametre du champ apparent $\Phi = \frac{1146}{m+5}$ min.,

d'où je tirerai les devis ſuivans, en ſuppoſant $p = \frac{1}{12} m \sqrt[3]{m}$ pouce, & $x = \frac{m}{36}$ pouces, conformément à quelques conſtructions angloiſes, qui paroiſſent fort bonnes.

I. Devis $m = 10$. $\Phi = 76'$.

$p = 1{,}795$	$\mathrm{AP} = 0{,}278$	AB	$= 2{,}112$
$q = 0{,}352$	$\mathrm{BQ} = 0{,}095$	BC	
$r = 2{,}250$	$\mathrm{CR} = 0{,}187$	CD	$= 4{,}400$
$s = 1{,}350$	$\mathrm{DS} = 0{,}338$	DO	$= 1{,}519$

II. Devis $m = 15$. $\Phi = 57'$.

$p = 3{,}083$	$\mathrm{AP} = 0{,}417$	AB	$= 3{,}702$
$q = 0{,}617$	$\mathrm{BQ} = 0{,}145$	BC	
$r = 2{,}959$	$\mathrm{CR} = 0{,}247$	CD	$= 3{,}944$
$s = 0{,}986$	$\mathrm{DS} = 0{,}247$	DO	$= 0{,}986.$

III. Devis $m = 20$. $\Phi = 46'$.

$p = 4{,}524$	$\mathrm{AP} = 0{,}556$	AB	$= 5{,}484$
$q = 0{,}914$	$\mathrm{BQ} = 0{,}192$	BC	
$r = 3{,}511$	$\mathrm{CR} = 0{,}276$	CD	$= 3{,}696$
$s = 0{,}924$	$\mathrm{DS} = 0{,}231$	DO	$= 0{,}866.$

Cet

Cet arrangement ne convient donc point aux petits groſſiſſemens, puiſque le trou du miroir devient trop grand; il faut pour ces cas donner à μ une plus petite valeur. Mais, pour les grands groſſiſſemens, cette forme y paroit fort propre.

39. Or, en conſidérant bien toutes les circonſtances, & en particulier que le petit miroir devienne un peu plus grand que le trou, afin qu'aucun rayon direct n'y puiſſe paſſer, je trouve que la quatrieme hypotheſe peut être appliquée à tous les groſſiſſemens, en ſuppoſant $\mu = 1 + \sqrt[3]{m}$. Donc, pour ôter les irrationalités, je poſe

$$\gamma = \tfrac{1}{4};\ m = n^3;\ \mu = n+1, \text{ de ſorte que } \Phi = \frac{1074}{n^3+n+1} \text{ min:},$$

& je trouve ces meſures:

$$p = \frac{n^4}{12} \qquad \mathrm{AP} = \frac{n^3}{36} \qquad \left.\begin{matrix}\mathrm{AB}\\ \mathrm{BC}\end{matrix}\right\} = \frac{n^3(n+1)-4}{12}$$

$$q = \frac{n^3(n+1)-4}{12(n+2)} \qquad \mathrm{BQ} = \frac{n^3-4}{36n} + \frac{r}{16n} \qquad \mathrm{CD} = 5s$$

$$r = \frac{n^3(n+1)-4}{n^3+n+1} \cdot \frac{5n}{12} \qquad \mathrm{CR} = \frac{r}{16} \qquad \mathrm{DO} = \tfrac{4}{5}\left(1+\frac{n+1}{n^3}\right)s.$$

$$s = \frac{n^3(n+1)-4}{9n^3-16(n+1)} \cdot \frac{5n}{12} \qquad \mathrm{DS} = \frac{s}{4}$$

Le demi-diametre du trou auquel on applique l'œil, doit être plus petit que $\frac{\mathrm{BQ}}{nn}$, afin que les rayons étrangers en ſoient exclus:

Mais, puiſqu'il n'eſt pas néceſſaire d'obſervet ces meſures avec une exactitude ſcrupuleuſe, il ſuffit de prendre des valeurs approchantes pour la commodité du calcul: d'où l'on aura

$$p = \frac{n^4}{12} \qquad AP = \frac{n^3}{36} \qquad \left.\begin{matrix} AB \\ BC \end{matrix}\right\} = \frac{n^3(n+1)}{12} - \frac{1}{8}$$

$$q = \frac{n^3 - nn + 2n - 3}{12} \qquad BQ = \frac{nn}{36} + \frac{5(n+1)}{192} \qquad CD = 5s$$

$$r = \frac{5(nn + n - 3)}{12} \qquad CR = \frac{5(nn+n-3)}{192}$$

$$s = \frac{5(nn + n + 2)}{108} \qquad DS = \tfrac{1}{4}s \qquad DO = \frac{nn + n + 2}{27};$$

d'où je tire les devis ſuivans:

I. Devis $n = 2\frac{1}{2}$; donc $m = 15\frac{1}{2}$, $\Phi = 56'$.

$p = 3\frac{1}{4}$	AP = 0,43	AB, BC = 4,22
$q = 1$	BQ = 0,25	
$r = 2\frac{1}{2}$	CR = 0,16	CD = 1,25
$s = \frac{1}{4}$	DS = 0,06	DO = 0,20.

II. Devis $n = 3$; donc $m = 27$ & $\Phi = 36'$.

$p = 6,750$	AP = 0,750	AB, BC = 8,667
$q = 1,733$	BQ = 0,316	
$r = 4,194$	CR = 0,262	CD = 3,630
$s = 0,726$	DS = 0,182	DO = 0,581,

III. Devis $n = 3\frac{1}{2}$; donc $m = 43$ & $\Phi = 21'$.

$p = 12,505$	AP = 1,196	AB, BC = 15,752
$q = 2,864$	BQ = 0,412	
$r = 5,818$	CR = 0,364	CD = 4,390
$s = 0,878$	DS = 0,220	DO = 0,702.

IV. Devis $n = 4$; donc $m = 64$ & $\Phi = 15\frac{1}{2}$ min.

$p =$

$p = 21,333$	$AP = 1,778$	$AB, BC = 26,333$
$q = 4,389$	$BQ = 0,536$	$CD = 5,310$
$r = 7,632$	$CR = 0,477$	$DO = 0,850.$
$s = 1,062$	$DS = 0,265$	

V. Devis $n = 4\frac{1}{2}$; donc $m = 91$ & $\Phi = 11'$.

$p = 34,172$	$AP = 2,531$	$AB, BC = 41.432$
$q = 6,374$	$BQ = 0,672$	$CD = 6,365$
$r = 9,648$	$CR = 0,603$	$DO = 1,018.$
$s = 1,273$	$DS = 0,318$	

VI. Devis $n = 5$; donc $m = 125$ & $\Phi = 8\frac{1}{4}'$.

$p = 52,083$	$AP = 3,472$	$AB, BC = 62,167$
$q = 8,881$	$BQ = 0,816$	$CD = 7,550$
$r = 11,864$	$CR = 0,742$	$DO = 1,208.$
$s = 1,510$	$DS = 0,378$	

VII. Devis $n = 6$; donc $m = 216$ & $\Phi = 4\frac{3}{4}$ min.

$p = 108,000$	$AP = 6,000$	$AB, BC = 125,667$
$q = 15,708$	$BQ = 1,157$	$CD = 10,290$
$r = 16,906$	$CR = 1,057$	$DO = 1,646.$
$s = 2,058$	$DS = 0,512$	

40. Or j'ai déjà remarqué ci-deſſus, que pour les grands groſſiſſemens on peut même poſer $\gamma = 1$, d'où le champ apparent devient d'autant plus conſidérable. Et partant on peut établir les eſpeces ſuivantes.

I. Eſpece,

depuis $m = 8$ juſqu'à $m = 27$; $\Phi = \frac{1074}{m + 3}$ min.

$p = \ldots$	$AP = x = \ldots$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = \frac{3m-4}{2} \cdot \frac{p}{m}$
$q = \frac{3m-4}{8} \cdot \frac{p}{m}$	$BQ = \frac{m-4}{2} \cdot \frac{x}{m} + \frac{1}{2}CR$	$CD = 5s$
$r = \frac{5(3m-4)}{m+3} \cdot \frac{p}{m}$	$CR = \frac{1}{16}r$	$DO = \frac{4(m+3)}{5m}s.$
$s = \frac{5(3m-4)}{9m-48} \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \frac{1}{4}s$	

II. Espece,

depuis $m = 27$ juſqu'à $m = 64$; $\Phi = \frac{1146}{m+4}$ min:

$p = \ldots$	$AP = x = \ldots$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = \frac{4m-3}{3} \cdot \frac{p}{m}$
$q = \frac{4m-3}{15} \cdot \frac{p}{m}$	$BQ = \frac{m-3}{3} \cdot \frac{x}{m} + \frac{1}{2}CR$	$CD = 4s$
$r = \frac{4(4m-3)}{m+4} \cdot \frac{p}{m}$	$CR = \frac{1}{12}r$	$DO = \frac{3(m+4)}{4m}s.$
$s = \frac{4(4m-3)}{7m-36} \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \frac{1}{4}s$	

III. Espece,

depuis $m = 64$ juſqu'à $m = 125$; $\Phi = \frac{1289}{m+5}$ min:

$p = \ldots$	$AP = x = \ldots$	$\left.\begin{matrix}AB\\BC\end{matrix}\right\} = \frac{5m-2}{4} \cdot \frac{p}{m}$
$q = \frac{5m-2}{24} \cdot \frac{p}{m}$	$BQ = \frac{m-2}{4} \cdot \frac{x}{m} + \frac{1}{4}CR$	$CD = 3s$
$r = \frac{3(5m-2)}{m+5} \cdot \frac{p}{m}$	$CR = \frac{1}{8}r$	$DO = \frac{2(m+5)}{3m}s.$
$s = \frac{3(5m-2)}{5m-20} \cdot \frac{p}{m}$	$DS = \frac{1}{4}s$	

IV.

IV. Eſpece,

depuis $m = 125$ juſqu'à 216; $\Phi = \frac{1718}{m+6}$ minutes:

$p = \ldots$	AP $= x = \ldots$	AB, BC $= \frac{6m-1}{5} \cdot \frac{p}{m}$
$q = \frac{6m-1}{35} \cdot \frac{p}{m}$	BQ $= \frac{m-1}{5} \cdot \frac{x}{m} + \frac{1}{5}$ CR	
$r = \frac{2(6m-1)}{m+6} \cdot \frac{p}{m}$	CR $= \frac{1}{4} r$	CD $= 2s$
$s = \frac{2(6m-1)}{3m-6} \cdot \frac{p}{m}$	DS $= \frac{1}{4} s$	DO $= \frac{m+6}{2m} s.$

41. De là il ſera aiſé de corriger la conſtruction du téleſcope dont j'ai parlé ci-deſſus, en ſorte que le champ devienne conſidérablement plus grand. On y avoit

$$p = 18 \text{ pouces}, \quad x = 1\tfrac{1}{2} \quad \& \quad m = 50,$$

& le demi-diametre du champ Φ n'étoit que 10′: or maintenant la ſeconde eſpece nous fournit cette conſtruction:

$p = 18$ pouces	AP $= 1,5$	AB, BC $= 23,64$
$q = 4,73$	BQ $= 0,61$	
$r = 5,25$	CR $= 0,44$	CD $= 3,64$
$s = 0,91$	DS $= 0,23$	DO $= 0,68,$

& le demi-diametre du champ $\Phi = 21'$.

Outre cela il n'y a aucun doute, que de cette façon la repréſentation ne ſoit plus nette, & entierement délivrée des couleurs d'iris, au lieu que la conſtruction ordinaire ne remplit qu'à peu près cette condition.

MOYENS

MOYENS

de procurer aux Téleſcopes à réflexion un plus grand champ encore.

42. Pour augmenter d'avantage le champ apparent de ces téleſcopes, on n'a qu'à ajouter encore un verre oculaire. On pourroit bien le placer dans le foyer même du dernier oculaire, où tombe l'image cr; mais, comme ce verre deviendroit alors lui-même un objet de la viſion, entant qu'il n'eſt pas parfaitement tranſparent, & que ſes parties viſibles ſe confondroient avec la véritable image, il vaudra mieux placer ce nouveau verre avant le foyer, plus près du verre RCR. Ayant donc à conſidérer, après avoir fait la réduction à une lunette ordinaire, cinq verres, ſoient p, q, r, s, t leurs diſtances de foyer, & les demi-diametres de leurs ouvertures x, πq, $\pi' r$, $\pi'' s$, $\pi''' t$. Cela poſé, nommant le groſſiſſement $= m$ & le demi-diametre du champ Φ, on aura $\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi'''}{m - 1}$. Maintenant poſons $\pi = \mathfrak{C}\omega$; $\pi' = \gamma\omega$; $\pi'' = -\omega$ & $\pi''' = \omega$; & ſoit, pour abréger, $M = \frac{2 + \gamma - \beta}{m - 1}$, afinque nous ayons $\Phi = M\omega$, laquelle valeur eſt conſidérablement plus grande qu'auparavant.

43. Soient de plus les nombres qui déterminent tant les diſtances de foyer des verres, que leurs intervalles,

$$\mathfrak{B} = \frac{+b}{1-b}; \quad \mathfrak{C} = \frac{-c}{1+c}; \quad \mathfrak{D} = \frac{-d}{1+d}; \quad \mathfrak{E} = \infty$$

$$\mathfrak{B} = +b; \quad \mathfrak{C} = -c; \quad \mathfrak{D} = -d; \quad \mathfrak{E} = 1;$$

& de là nous aurons:

$$\mathfrak{B}\pi - \Phi = +(\mathfrak{C}b - M)\omega$$
$$\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi = -(\gamma c + \mathfrak{C} - M)\omega$$
$$\mathfrak{D}\pi'' - \pi' + \pi - \Phi = +(d - \gamma + \mathfrak{C} - M)\omega$$
$$\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi = +(2 + \gamma + \mathfrak{C} + M)\omega,$$

d'où

d'où nous tirons les formules ſuivantes:

$$p = \ldots\ldots; \qquad \mathrm{AB} = \frac{\mathfrak{G}b}{\mathfrak{G}b - \mathrm{M}}p$$

$$q = \frac{b\mathrm{M}}{\mathfrak{G}b - \mathrm{M}}p \qquad \mathrm{BC} = \frac{b}{1-b}\cdot\frac{\mathrm{M}(\gamma c + \mathfrak{G}(1-b))}{(\mathfrak{G}b-\mathrm{M})(\gamma c + \mathfrak{G} - \mathrm{M})}p$$

$$r = \frac{bc}{1-b}\cdot\frac{\mathrm{M}}{\gamma c + \mathfrak{G} - \mathrm{M}}p \qquad \mathrm{CD} = \frac{bc}{(1-b)(1+c)}\cdot\frac{\mathrm{M}(d-\gamma(1+c))}{(\gamma c + \mathfrak{G} - \mathrm{M})(d-\gamma+\mathfrak{G}-\mathrm{M})}p$$

$$s = \frac{bcd}{(1-b)(1+c)}\cdot\frac{\mathrm{M}}{d-\gamma+\mathfrak{G}-\mathrm{M}}p \qquad \mathrm{DE} = \frac{bdc}{(1-b)(1+c)(1+d)}\cdot\frac{\mathrm{M}(2+d)}{(d-\gamma+\mathfrak{G}-\mathrm{M})(2+\gamma-\mathfrak{G}+\mathrm{M})}p$$

$$t = \frac{bcd}{(1-b)(1+c)(1+d)}\cdot\frac{\mathrm{M}}{2+\gamma-\mathfrak{G}+\mathrm{M}}p \qquad \mathrm{EO} = \frac{s}{2+\gamma-\mathfrak{G}+\mathrm{M}}.$$

Or, pour les ouvertures des verres, en tenant compte tant du champ apparent que de la clarté dans tous les verres, nous aurons, en prenant $\omega = \frac{1}{4}$,

$$\mathrm{AP} = x$$

$$\mathrm{BQ} = \frac{\mathrm{M}}{\mathfrak{G}b - \mathrm{M}}x + \tfrac{1}{4}\mathfrak{G}q$$

$$\mathrm{CR} = \frac{\mathrm{M}}{\gamma c + \mathfrak{G} - \mathrm{M}}x + \tfrac{1}{4}\gamma r$$

$$\mathrm{DS} = \frac{\mathrm{M}}{d-\gamma+\mathfrak{G}-\mathrm{M}}x + \tfrac{1}{4}s$$

$$\mathrm{ET} = \frac{\mathrm{M}}{2+\gamma-\mathfrak{G}+\mathrm{M}}x + \tfrac{1}{4}t.$$

où pour les trois derniers verres la premiere partie eſt ſi petite, qu'on peut aiſément la négliger par rapport à l'autre.

44. Maintenant la deſtruction des couleurs d'iris exige cette équation:

$$\frac{\gamma}{\gamma c + \mathfrak{G} - \mathrm{M}} + \frac{1}{d-\gamma+\mathfrak{G}-\mathrm{M}} = \frac{1}{2+\gamma-\mathfrak{G}+\mathrm{M}}.$$

Pour cet effet nous pourrions égaler chaque partie du premier membre à la moitié de l'autre, pour avoir:

$$\gamma c + \mathfrak{C} - M = 2\gamma\,(2 + \gamma - \mathfrak{C} + M) \quad \&$$
$$d - \gamma + \mathfrak{C} - M = 2\,(2 + \gamma - \mathfrak{C} + M).$$

Mais, pour arriver à une ſolution plus générale, poſons

$$\gamma c + \mathfrak{C} - M = \frac{\gamma}{1-\zeta}\,(2 + \gamma - \mathfrak{C} + M) \quad \&$$

$$d - \gamma + \mathfrak{C} - M = \frac{1}{\zeta}\,(2 + \gamma - \mathfrak{C} + M).$$

Or mettons comme ci-deſſus $\mathfrak{C} = (\mu + 1)M$, & nous aurons:

$$M = \frac{2 + \gamma}{m + \mu}; \quad \& \quad \mathfrak{C} = \frac{(\mu + 1)(2 + \gamma)}{m + \mu};$$

enſuite $2 + \gamma - \mathfrak{C} + M = \frac{(2+\gamma)m}{m+\mu}$, & $\frac{M}{2+\gamma-\mathfrak{C}+M} = \frac{1}{m}$;

& partant

$$\gamma c + \mu M = \frac{\gamma(2+\gamma)m}{(1-\zeta)(m+\mu)}, \quad \& \; c = \frac{2+\gamma}{\gamma} \cdot \frac{\gamma m - (1-\zeta)\mu}{(1-\zeta)(m+\mu)}$$

$$d - \gamma + \mu M = \frac{(2+\gamma)m}{\zeta(m+\mu)}, \quad \& \; d = \frac{(2+\gamma+\gamma\zeta)m - 2\zeta\mu}{\zeta(m+\mu)};$$

outre cela

$$d - \gamma(1+c) = \frac{1-\zeta+\gamma\zeta}{\zeta(1-\zeta)} \cdot \frac{(2+\gamma)m}{m+\mu} \quad \& \; 2 + d = \frac{(2+\gamma)(1+\zeta)m}{\zeta(m+\mu)}.$$

45. Ayant donc trouvé les juſtes valeurs pour les lettres c & d, ſi nous faiſons ces ſubſtitutions, nous aurons d'abord pour le champ apparent: $\Phi = \frac{2+\gamma}{4(m+\mu)}$, ou bien $\Phi = \frac{859(2+\gamma)}{m+\mu}$ minutes, & enſuite les meſures ſuivantes:

$p =$

$p = \ldots\ldots$	$AP = x$	$AB = \frac{(\mu+1)\,b}{(\mu+1)\,b-1}\,p$
$q = \frac{b}{(\mu+1)\,b-1}\,p$	$BQ = \frac{x}{(\mu+1)b-1} + \frac{(\mu+1)(2+\gamma)q}{4(m+\mu)}$	$BC = \frac{b}{1-b}\cdot\frac{\gamma c+\mathfrak{G}(1-b)}{\mathfrak{G}b-M}\cdot\frac{(1-\zeta)p}{\gamma m}$
$r = \frac{bc}{1-b}\cdot\frac{(1-\zeta)p}{\gamma m}$	$CR = \frac{(1-\zeta)x}{\gamma m} + \frac{1}{4}\gamma r$	$CD = \frac{bc}{(1-b)(1+c)}\cdot\frac{1-\zeta+\gamma\zeta}{\gamma}\cdot\frac{p}{m}$
$s = \frac{bcd}{(1-b)(1+c)}\cdot\frac{\zeta p}{m}$	$DS = \frac{\zeta x}{m} + \frac{1}{4}s$	$DE = \frac{bcd}{(1-b)(1+c)(1+d)}\cdot(1+\zeta)\frac{p}{m}$
$t = \frac{bcd}{(1-b)(1+c)(1+d)}\cdot\frac{p}{m}$	$ET = \frac{x}{m} + \frac{1}{4}t$	$EO = \frac{m+\mu}{(2+\gamma)\,m}\,s.$

Mais la nature du téleſcope exige, qu'il ſoit $BC = AB$, ce qui donne $\mathfrak{G}\,(1-b) = \frac{M\,(\gamma c+\mathfrak{G}\,(1-b))}{\gamma c+\mathfrak{G}+M} = \frac{1-\zeta}{\gamma m}(\gamma c+\mathfrak{G}(1-b))$,

& partant $\mathfrak{G}(1-b)(\gamma m-1+\zeta) = (1-\zeta)\gamma c = \frac{(2+\gamma)(\gamma m-(1+\zeta)\mu)}{m+\mu}$;

donc; $(\mu+1)(\gamma m-1+\zeta)(1-b) = \gamma m-(1-\zeta)\mu$; par conſéquent

$$1-b = \frac{\gamma m-(1-\zeta)\,\mu}{(\mu+1)\,(\gamma m-1+\zeta)},\ \&\ b = \frac{\gamma\mu m-1+\zeta}{(\mu+1)\,(\gamma m-1+\zeta)},$$

d'où $(\mu+1)\,b-1 = \frac{\gamma\,(\mu-1)\,m}{\gamma m-1+\zeta}$, & $\frac{b}{(\mu+1)b-1} = \frac{\gamma\mu m-1+\zeta}{\gamma(\mu\mu-1)m}$.

46. Il faut donc prendre les lettres b, c, d de la maniere ſuivante:

$$b = \frac{\gamma\mu m-1+\zeta}{(\mu+1)\,(\gamma m-1+\zeta)};\ 1-b = \frac{\gamma m-(1-\zeta)\,\mu}{(\mu+1)\,(\gamma m-1+\zeta)};$$

$$c = \frac{2+\gamma}{m+\mu}\cdot\frac{\gamma m-(1-\zeta)\mu}{\gamma(1-\zeta)};\ 1+c = \frac{\gamma(3+\gamma-\zeta(m-2(1-\zeta)\mu}{\gamma\,(1-\zeta)\,(m+\mu)};$$

$$d = \frac{(2+\gamma+\zeta\gamma)m-2\zeta\mu}{\zeta(m+\mu)}; \quad 1+d = \frac{(2+\gamma+\zeta+\gamma\zeta)m-\zeta\mu}{\zeta(m+\mu)};$$

$$\& \; 6 = \frac{(\mu+1)(2+\gamma)}{m+\mu}; \quad \text{d'où nous aurons:}$$

$p = \ldots\ldots$	AP $= x$	AB $\}$ BC $\} = \frac{\gamma\mu m-1+\zeta}{\gamma(\mu-1)} \cdot \frac{p}{m}$
$q = \frac{\gamma\mu m-1+\zeta}{\gamma(\mu\mu-1)} \cdot \frac{p}{m}$	BQ $= \frac{\gamma m-1+\zeta}{\gamma(\mu-1)m} x + \frac{1}{4} 6q$	
$r = \frac{bc}{1-b} \cdot \frac{1-\zeta}{\gamma} \cdot \frac{p}{m}$	CR $= \frac{(1-\zeta)x}{\gamma m} + \frac{1}{4}\gamma r$	CD $= \frac{bc}{(1-b)(1+c)} \cdot \frac{1-\zeta+\zeta\gamma}{\gamma} \cdot \frac{p}{m}$
$s = \frac{bcd}{(1-b)(1+c)} \cdot \zeta \cdot \frac{p}{m}$	DS $= \frac{\zeta x}{m} + \frac{1}{4} s$	DE $= \frac{bcd}{(1-b)(1+c)(1+d)} \cdot (1+\zeta) \cdot \frac{p}{m}$
$t = \frac{bcd}{(1-b)(1+c)(1+d)} \cdot \frac{p}{m}$	ET $= \frac{x}{m} + \frac{1}{4} t$	EO $= \frac{m+\mu}{(2+\gamma)m} t,$

& le demi-diametre du champ $\Phi = \frac{859(2+\gamma)}{m+\mu}$ min.,

où il eſt évident qu'on peut omettre les termes affectés par $\frac{x}{m}$ comme extrêmement petit.

47. Il ſe préſente ici un cas bien remarquable, en poſant $\zeta = \frac{1}{1+\gamma}$, d'où ces formules deviennent beaucoup plus ſimples, que voici:

$p =$

$$p = \ldots\ldots \qquad AP = x \qquad \left.\begin{matrix} AB \\ BC \end{matrix}\right\} = \frac{\mu m - \zeta}{\mu - 1} \cdot \frac{p}{m}$$

$$q = \frac{\mu m - \zeta}{\mu\mu - 1} \cdot \frac{p}{m} \qquad BQ = \frac{-\zeta}{\mu - 1} \cdot \frac{x}{m} + \frac{\zeta}{\mu - 1} \cdot CR$$

$$r = \frac{(1+\zeta)(\mu m - \zeta)}{\zeta \cdot 1 + \zeta)(m + \mu)} \cdot \frac{p}{m} \qquad CR = \frac{(1+\zeta)(\mu m - \zeta)}{4\zeta\zeta(m+\mu)} \cdot \frac{p}{m} \qquad CD = \frac{2\zeta(1+\zeta)(\mu m + \zeta)}{(1 + 2\zeta - \zeta\zeta)m - 2\zeta\zeta\mu} \cdot \frac{p}{m}$$

$$s = \frac{(1+\zeta)(\mu m - \zeta)}{\zeta(m+\mu)} \cdot \frac{p}{m} \qquad DS = \tfrac{1}{4}s \qquad DE = (1+\zeta)t$$

$$t = \frac{(1+\zeta)(\mu m - \zeta)}{(1+2\zeta)m - \zeta\zeta\mu} \cdot \frac{p}{m} \qquad ET = \tfrac{1}{4}t \qquad EO = \frac{\zeta(m+\mu)}{(1+\zeta)m}t.$$

$$\& \; \Phi = \frac{859(1+\zeta)}{\zeta(m+\mu)} \text{ min:}$$

Car posant $\gamma = \frac{1-\zeta}{\zeta}$, on aura $6 = \frac{(1+\zeta)(\mu+1)}{\zeta(m+\mu)}$, &

$$b = \frac{\mu m - \zeta}{(\mu+1)(m-\zeta)}; \quad c = \frac{(1+\zeta)(m-\zeta\mu)}{\zeta(1-\zeta)(m+\mu)}; \quad d = \frac{(1+2\zeta-\zeta\zeta)m - 2\zeta\zeta\mu}{\zeta\zeta(m+\mu)};$$

$$1-b = \frac{m-\zeta\mu}{(\mu+1)(m-\zeta)}; \quad 1+c = \frac{(1+2\zeta-\zeta\zeta)m - 2\zeta\zeta\mu}{\zeta(1-\zeta)(m+\mu)}; \quad 1+d = \frac{(1+2\zeta)m - \zeta\zeta\mu}{\zeta\zeta(m+\mu)};$$

où il faut obſerver que, puiſque $\gamma < 1$, il faut prendre $\zeta > \frac{1}{2}$, & pourtant $\zeta < 1$.

48. Mais, quoique ce cas rende les formules plus ſimples, il n'eſt pas propre à notre deſſein, puiſque le trou du miroir devient trop grand; & partant il s'en faut tenir aux formules générales, que je m'en vais développer, & premierement les diſtances de foyer:

$$p = \ldots\ldots$$

$$q = \frac{\gamma\mu m - 1 + \zeta}{\gamma(\mu\mu + 1)} \cdot \frac{p}{m},$$

$$r = \frac{(2+\gamma)(\gamma\mu m - 1 + \zeta)}{\gamma\gamma(m+\mu)} \cdot \frac{p}{m},$$

$s =$

$$s = \frac{(2+\gamma)\gamma\mu m - 1 + \zeta)((2+\gamma+\gamma\zeta)m - 2\zeta\mu)}{(m+\mu)(\gamma(3+\gamma-\zeta)m - 2(1-\zeta)\mu} \cdot \frac{p}{m},$$

$$t = \frac{(2+\gamma)(\gamma\mu m - 1 + \zeta)((2+\gamma+\gamma\zeta)m - 2\zeta\mu)}{(\gamma(3+\gamma-\zeta)m - 2(1-\zeta)\mu)((2+\gamma+\zeta+\gamma\zeta)m - \zeta\mu)} \cdot \frac{p}{m};$$

enſuite les demi-diametres des ouvertures:

$$AP = x = \ldots\ldots$$

$$BQ = \frac{\gamma m - 1 + \zeta}{\gamma(\mu - 1)m} x + \frac{(2+\gamma)(\gamma\mu m - 1 + \zeta)}{4\gamma(\mu - 1)(m+\mu)} \cdot \frac{p}{m},$$

$$CR = \frac{(2+\gamma)(\gamma\mu m - 1 + \zeta)}{4\gamma(m+\mu)} \cdot \frac{p}{m} + \frac{(1-\zeta)x}{\gamma m},$$

$$DS = \tfrac{1}{4}s,$$

$$ET = \tfrac{1}{4}t;$$

& enfin les intervalles:

$$\left.\begin{matrix} AB \\ BC \end{matrix}\right\} = \frac{\gamma\mu m - 1 + \zeta}{\gamma(\mu - 1)} \cdot \frac{p}{m},$$

$$CD = \frac{(2+\gamma)(\gamma\mu m - 1 + \zeta}{\gamma(3+\gamma-\zeta)m - 2(1-\zeta)\mu} \cdot \frac{p}{m},$$

$$DE = (1+\zeta)t,$$

$$EO = \frac{m+\mu}{(2+\gamma)m}t, \quad \& \ \varphi = \frac{859(2+\gamma)}{m+\mu} \text{ min.}$$

49. Maintenant le trou du miroir ne ſauroit devenir aſſez petit, à moins qu'on ne prenne γ très petit. Pour cet effet, poſons $\gamma m = \eta$, ou $\gamma = \frac{\eta}{m}$, & nous aurons:

$$p = \ldots\ldots$$

$$q =$$

$$q = \frac{\eta\mu - 1 + \zeta}{\eta(\mu\mu - 1)} p,$$

$$r = \frac{(2m + \eta)(\eta\mu - 1 + \zeta)}{\eta\eta(m + \mu)} p,$$

$$s = \frac{(2m + \eta)(\eta\mu - 1 + \zeta)(2m + (1 + \zeta)\eta - 2\zeta\mu)}{m(m + \mu)(\eta(3 - \zeta)m + \eta\eta - 2(1 - \zeta)m\mu} p,$$

$$t = \frac{(2m + \eta)(\eta\mu - 1 + \zeta)(2m + (1 + \zeta)\eta - 2\zeta\mu)}{m(\eta(3-\zeta)m + \eta\eta - 2(1-\zeta)m\mu)((2+\zeta)m + (1+\zeta)\eta - \zeta\mu)} p;$$

enſuite:

$$AP = x = \ldots\ldots$$

$$BQ = \frac{\eta - 1 + \zeta}{\eta(\mu - 1)} x + \frac{(2m + \eta)(\eta\mu - 1 + \zeta)}{4\eta m(\mu - 1)(m + \mu)} p,$$

$$CR = \frac{1 - \zeta}{\eta} x + \frac{(2m + \eta)(\eta\mu - 1 + \zeta)}{4\eta m(m + \mu)} p,$$

$$DS = \tfrac{1}{4} s,$$

$$ET = \tfrac{1}{4} t;$$

& enfin:

$$\left.\begin{matrix} AB \\ BC \end{matrix}\right\} = \frac{\eta\mu - 1 + \zeta}{\eta(\mu - 1)} p,$$

$$CD = \frac{(2m + \eta)(\eta\mu - 1 + \zeta)}{m(\eta(3-\zeta)m + \eta\eta - 2(1-\zeta)\mu m)} p,$$

$$DE = (1 + \zeta) t,$$

$$ED = \frac{m + \mu}{2m + \eta} t \quad \& \quad \Phi = \frac{859(2m + \eta)}{m(m + \mu)} \text{ min:}$$

où il faut que $\eta(3 - \zeta) > 2(1 - \zeta)$, ou bien $\eta > \frac{2(1-\zeta)}{3-\zeta}$.

Or,

Or, afin que CR deviennne beaucoup plus petit que x, il faut bien que $\eta > 1 - \zeta$.

50. Pour éloigner le nouveau verre du lieu de la derniere image autant qu'il eſt poſſible, poſons $\zeta = 1$, & nous aurons les meſures ſuivantes:

$p = \ldots\ldots$	$AP = x = \ldots$	AB } $= \frac{\mu}{\mu - 1} p,$
$q = \frac{\mu}{\mu\mu - 1} p,$	$BQ = \frac{x}{\mu\,1} + \frac{\mu(2m+\mu)}{4m(\mu-1)(m+\mu)} p,$	BC }
$r = \frac{\mu(2m+\eta)}{\eta(m+\mu)} p,$	$CR = \frac{\mu(2m+\eta)}{4m(m+\mu)} \cdot p,$	$CD = \frac{\mu}{m} p,$
$s = \frac{2\mu(m+\eta-\mu)}{m(m+\mu)} p,$	$DS = \frac{1}{4} s,$	$DE = 2t,$
$t = \frac{2\mu(m+\eta-\mu)}{m(3m+2\eta-\mu)} p,$	$ET = \frac{1}{4} t,$	$EO = \frac{m+\mu}{2m+\eta} t,$

& le demi-diametre du champ $\Phi = \frac{859\,(2m+\eta)}{m\,(m+\mu)}$ min:

Puiſque μ ne ſauroit être pris plus petit que 4, en ſuppoſant $p = \frac{m\sqrt[3]{m}}{10}$ & $x = \frac{m}{30}$; la valeur de CR ne ſauroit être égalée à $\frac{x}{\mu - 1}$, à moins que m ne ſoit plus grand que 64. Mais, pour de ſemblables grands groſſiſſemens, on peut dans le cas précédent prendre $\gamma = 1$, & le champ apparent devient là auſſi grand qu'ici, de ſorte que le nouveau verre ne nous apporte aucun avantage.

RE-

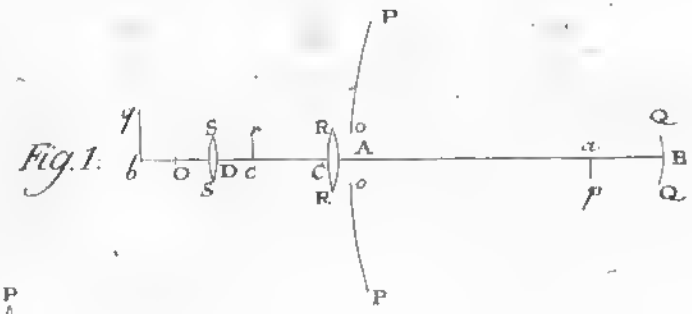
Fig. 1.
P
Q
R
S
A
B
C
D
O
a
b
c
f
o
r
s
P
Q
R

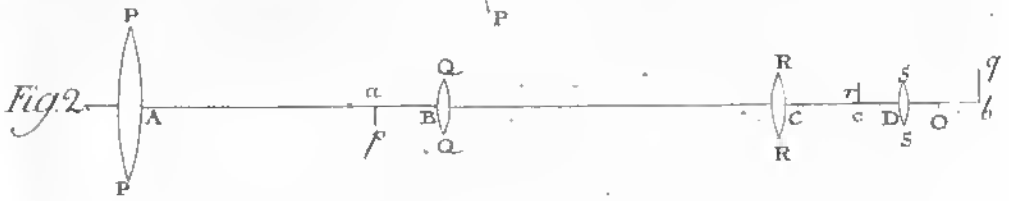
Fig. 2.
P
Q
R
A
B
C
D
O
a
b
c
f
q
r
s
P
Q
R
S

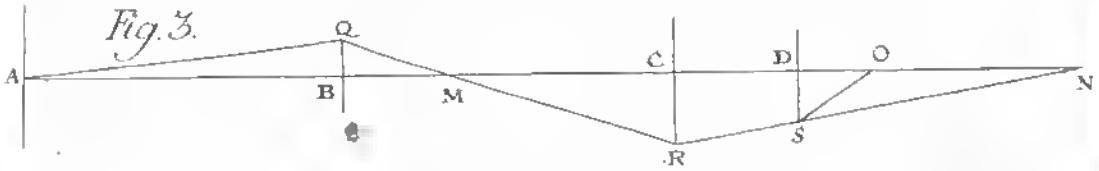
Fig. 3.
A
B
C
D
M
N
O
Q
R
S

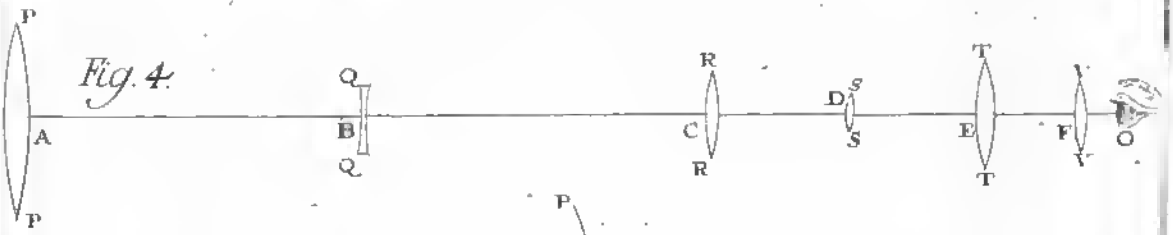
Fig. 4.
P
A
B
C
D
E
F
O
Q
R
S
T
V
P
Q
R
T

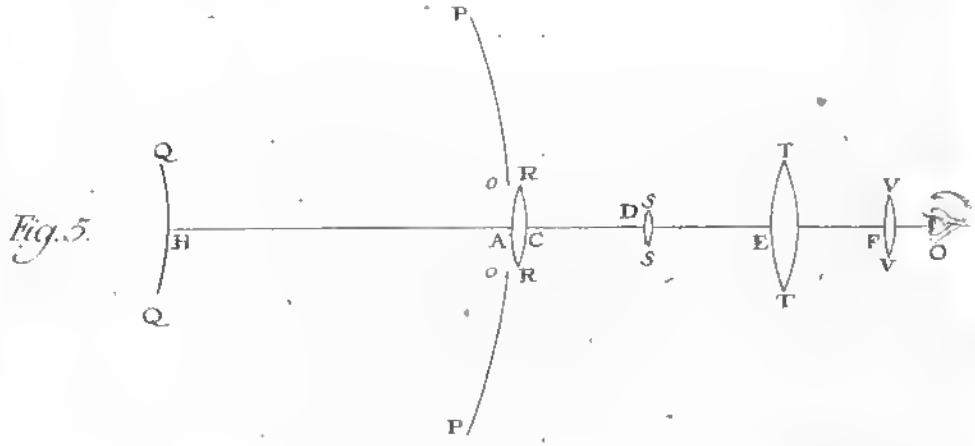
Fig. 5.
P
Q
R
A
B
C
D
E
F
O
S
T
V
o
P
Q
R
T